Kapitel 8: Elektromagnetische Wellen

8 Elektromagnetische Wellen **75**

8.1 Ableitung 75
8.2 Spektrum der elektromagnetischen Wellen 77
8.3 Polarisation 78
8.4 Energie und Poynting-Vektor 79
8.5 Impuls und Druck 79
8.6 Erzeugung elektromagnetischer Wellen 81
8.6.1 Hertz'scher Dipol 81
8.6.2 Strahlung einer beschleunigten Ladung 84

Armin Hermann

Weltreich der Physik

1857–1894

Heinrich Rudolf Hertz was a German physicist who first conclusively proved the existence of electromagnetic waves theorized by James Clerk Maxwell's electromagnetic theory of light. Wikipedia

Die Universität Berlin stellte damals alljährlich Preisaufgaben. 1878 wählte die Philosophische Fakultät eine Frage aus der elektromagnetischen Theorie: die träge Masse der elektrischen Ladung.

Ende des 18. Jahrhunderts hatte man vergeblich versucht, ein Gewicht des »elektrischen Fluidums« festzustellen und deshalb von einer »unwägbaren Substanz« gesprochen. Jetzt ging es um eine eng mit dem Gewicht verbundene Eigenschaft, um die »Trägheit«. Bei den gewöhnlichen Körpern ist die »Masse« sowohl für das Gewicht verantwortlich wie für die Trägheit. Wie ist es bei der elektrischen Materie?

Die Preisaufgabe hatte Hermann von Helmholtz gestellt. Wenn eine »träge Masse« der elektrischen Ladung vorhanden sein sollte, mußte das auf das elektrische Verhalten einen Einfluß haben. Zur Bearbeitung am besten befähigt hielt Helmholtz seinen neuesten Schüler, den einundzwanzigjährigen Heinrich Hertz, der eben erst in sein Praktikum eingetreten war, und ermunterte ihn, das Thema anzufassen.

»Ich habe den Preis erhalten«, schrieb Hertz ein paar Monate später an seine Eltern: »Das Urteil war so lobend abgefaßt, daß mir das den Wert auf das Doppelte erhöht. Die meisten anderen Arbeiten, auch die gekrönten, wurden als Schülerarbeiten behandelt.«

Für die Eltern bestätigten sich die hohen Erwartungen. Während der Schulzeit hatte er Lehrer und Kameraden immer wieder in Staunen gebracht. Der Direktor der Gewerbeschule wollte ihn unbedingt Mathematik studieren lassen, denn seine Begabung sei unerhört. Der Lateinlehrer rühmte seine Fähigkeiten in den alten Sprachen. Homer zu übersetzen ist für den Durchschnittsschüler harte Arbeit; er las und verstand mit großem Vergnügen. Auch später liebte er es, für sich Homer zu deklamieren, wie übrigens auch Dante. Das Italienische hatte er sich nebenbei angeeignet.

Zufällig fand er einmal – er war 17 Jahre alt – auf der Karre eines Straßenhändlers eine arabische Grammatik. Als der Vater seinen Eifer sah, schickte er ihn zu einem Arabisten. Nach den ersten Stunden kam der Gelehrte und bestürmte die Eltern, der Junge müsse Orientalist werden: »Ein solches Talent ist mir noch nicht vorgekommen.«

8 Elektromagnetische Wellen

8.1 Ableitung

Zunächst soll gezeigt werden, dass aus den vier differentiellen Maxwell-Gleichungen 7.8, 7.9, 7.10, 7.11 direkt die Existenz und die Eigenschaften von Wellen folgen. Wir beschränken uns dabei zunächst auf den Fall im Vakuum, d.h. mit $\varrho = 0$, $\vec{j} = 0$, also

$$\textbf{a.}\quad \nabla\vec{E} = 0 \qquad \textbf{b.}\quad \nabla\times\vec{E} = -\partial_t\vec{B} \tag{8.1}$$

$$\textbf{c.}\quad \nabla\vec{B} = 0 \qquad \textbf{d.}\quad \nabla\times\vec{B} = \epsilon_0\mu_0\,\partial_t\vec{E} \tag{8.2}$$

Leitet man **d.** nach der Zeit ab und verwendet **b.**, so folgt

$$\begin{aligned}
\partial_t^2\vec{E} &= \frac{1}{\epsilon_0\mu_0}\nabla\times(\partial_t\vec{B}) \\
&= -\frac{1}{\epsilon_0\mu_0}\nabla\times(\nabla\times\vec{E}) \\
&= -\frac{1}{\epsilon_0\mu_0}\left(\nabla(\underbrace{\nabla\vec{E}}_{=0}) - \nabla^2\vec{E}\right) \\
&= \frac{1}{\epsilon_0\mu_0}\nabla^2\vec{E}
\end{aligned}$$

Wegen **a.** erhält man also die Wellengleichung

$$\boxed{\partial_t^2\vec{E} - c^2\,\nabla^2\vec{E} = 0} \tag{8.3}$$

Wellengleichung für $\vec{E}$

Die Konstante c hat die Dimension einer Geschwindigkeit,

$$\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}}} \tag{8.4}$$

Lichtgeschwindigkeit
$c \approx 3\cdot 10^8\,\frac{m}{s} = 30\,\frac{\text{cm}}{\text{ns}}$

Wir werden diese Konstante später als Lichtgeschwindigkeit im Vakuum identifizieren. Diese Gleichung wurde implizit bereits bei der Definition ϵ_0 und μ_0 benutzt, siehe Abschnitt 2.2. Der Zahlenwert ist exakt

$$\boxed{c = 299\,792\,458\,\frac{m}{s}} \tag{8.5}$$

da das Meter genau mit Hilfe dieser Zahl definiert wurde. So gesehen ist c keine Naturkonstante (siehe Planck'sches Einheitensystem).

Eine ganz ähnliche Ableitung wie oben für die Wellengleichung von $\vec{E}$ kann man verwenden, um eine Wellengleichung auch für $\vec{B}$

abzuleiten [15],

$$\boxed{\partial_t^2 \vec{B} - c^2 \nabla^2 \vec{B} = 0} \tag{8.6}$$

Die Form dieser Gleichung ist genau wie bei $\vec{E}$ und auch die Konstante c ist die gleiche.

Wie bei der allgemeinen Wellengleichung C.8 gezeigt, ist eine Lösung (hier für $\vec{E}$, aber genau so für $\vec{B}$)

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot f(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \tag{8.7}$$

für alle Funktionen f, falls $c = \frac{\omega}{k}$.

[15] Hier leitet man die Maxwellgleichung **b.** nach der Zeit ab und verwendet **d.**:

$$\begin{aligned}
\partial_t^2 \vec{B} &= -\nabla \times (\partial_t \vec{E}) \\
&= -\nabla \times (\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \nabla \times \vec{B}) \\
&= -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \nabla \times (\nabla \times \vec{B}) \\
&= -\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \left(\nabla(\underbrace{\nabla \vec{B}}_{=0}) - \nabla^2 \vec{B} \right) \\
&= \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \nabla^2 \vec{B}
\end{aligned}$$

Wegen **b.** erhält man also die Wellengleichung.

8.2 Spektrum der elektromagnetischen Wellen

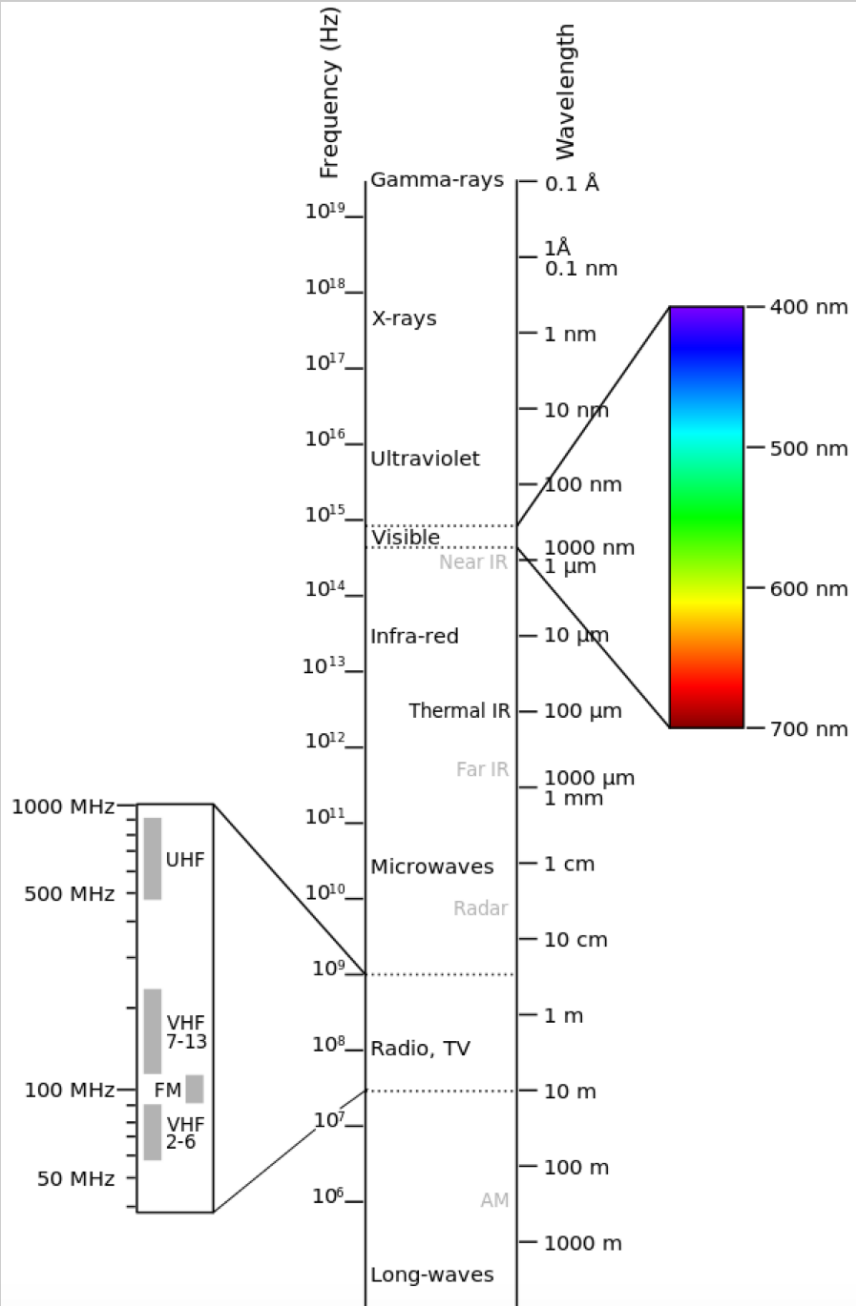

Abb. 8.1 Das Spektrum elektromagnetischer Wellen mit Detailansichten im optischen Bereich (λ = 400 bis 700 nm) und im Radiobereich (ν = 50 MHz bis 1 GHz). Mikrowellen (Radarwellen) liegen im Bereich $\lambda \approx 1$ cm und Röntgenstrahlen im Bereich 1 nm. Viel höhere Frequenzen (und Energien) als gezeigt findet man an Teilchenbeschleunigern und in der kosmischen Strahlung.
Quelle: `https://en.wikipedia.org/wiki/Electromagnetic_spectrum`

8.3 Polarisation

Im Prinzip könnten in einem konkreten Fall die Lösungen der Wellengleichungen für das $\vec{E}$ und $\vec{B}$ Feld beliebig unterschiedlich sein,

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cdot f_E(\omega_E t - \vec{k}_E \vec{r}) \tag{8.8}$$

$$\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \cdot f_B(\omega_B t - \vec{k}_B \vec{r}) \tag{8.9}$$

Die Maxwellgleichungen verbieten das aber, denn sie koppeln $\vec{E}$ und $\vec{B}$. Im Vakuum findet man aus $\nabla \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}$ (Gl. **b.** in 8.2) wegen $\partial_t \vec{B} = \omega_B \vec{B}_0 f'_B$ sowie $\partial_x E_y = -k_{Ex} E_{0y} f'_E$ und daher $\nabla \times \vec{E} = -(\vec{k}_E \times \vec{E}_0)\, f'_E$, dass

$$-(\vec{k}_E \times \vec{E}_0)\, f'_E = -\omega_B \vec{B}_0 f'_B$$

Dies kann für alle $\vec{r}$ und t nur erfüllt sein, wenn

$$f_E = f_B, \quad \omega_E = \omega_B, \quad \vec{k}_E = \vec{k}_B$$

$$\boxed{\vec{k} \times \vec{E} = \omega\, \vec{B}} \tag{8.10}$$

Wegen der Maxwellgleichungen Gl. **a.** und **c.** folgt auch

$$\nabla \vec{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{k}\vec{E} = 0} \tag{8.11}$$

$$\nabla \vec{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{k}\vec{B} = 0} \tag{8.12}$$

$$\boxed{E_0 = c\, B_0} \tag{8.13}$$

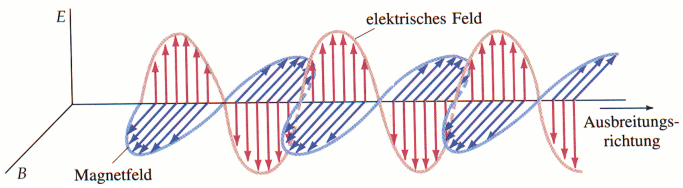

Abb. 8.2 Die Polarisation und Phasenlage bei elektromagnetischen Wellen im Vakuum.

Zusammenfassend heißt das für freie EM-Wellen im Vakuum:

- $\vec{E}$ und $\vec{B}$ haben die gleiche Form, die gleiche Frequenz, die gleiche Ausbreitungsrichtung und die gleiche Wellenlänge.
- $\vec{E}$ und $\vec{B}$ sind in Phase.
- $\vec{B}$ steht senkrecht auf $\vec{E}$ und beide stehen senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung $\vec{k}$. Elektromagnetische Wellen sind also transversal polarisiert.
- Die Amplituden von E_0 und B_0 sind zueinander proportional.

8.4 Energie und Poynting-Vektor

Schon vorher wurde gezeigt, dass die Energiedichte w von $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feldern im Vakuum gegeben ist durch

$$w = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0}B^2$$

Mit $E_0 = cB_0$ folgt

$$\boxed{w = \epsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0}B^2} \tag{8.14}$$

Die Intensität einer Welle ist die Energie, die pro Zeiteinheit durch eine zu $\vec{k}$ senkrecht stehende Einheitsfläche tritt. Bei Lichtgeschwindigkeit ist dies

Einheit der Intensität: $[I] = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}\cdot\text{Fläche}}$

$$\boxed{I = w \cdot c = c \cdot \epsilon_0 \cdot E^2} \tag{8.15}$$

Damit lässt sich der Poynting-Vektor $\vec{S}$ definieren, der Richtung und Betrag des Energieflusses der EM-Welle beschreibt,

$$\boxed{\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}} \tag{8.16}$$

Der Betrag entspricht gerade der Intensität,

Der Poynting-Vektor $\vec{S}$ zeigt in Richtung der Ausbreitungsrichtung $\vec{k}$.

$$\boxed{|\vec{S}| = c \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 = I} \tag{8.17}$$

Für eine harmonische Welle $\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r})$ gilt

$$S = c \cdot \epsilon_0 \cdot E_0^2 \cdot \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r})$$

so dass der Mittelwert über eine Periodendauer T gegeben ist durch

$$\boxed{\langle I \rangle = \frac{1}{2}I_0 = \frac{1}{2}c \cdot \epsilon_0 \cdot E_0^2} \tag{8.18}$$

8.5 Impuls und Druck

Der mit einer EM-Welle verbundene Impulsübertrag und Druck lässt sich am einfachsten verstehen, wenn man wie in der Quantentheorie annimmt, dass die Energie in einer EM-Welle quantisiert ist in einzelne masselose Teilchen, den Photonen (oder Gamma-Quanten γ). Experimentell findet man, dass eine EM-Welle der Frequenz ν aus Photonen der Energie

$$\boxed{E_\gamma = h \cdot \nu = \hbar \cdot \omega} \tag{8.19}$$

mit $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ besteht. Hier ist h das Planck'sche Wirkungsquantum

$$h = 6,626070040(81) \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s} \tag{8.20}$$

$$= 4,135667662(25) \cdot 10^{-15}\,\mathrm{eV \cdot s} \tag{8.21}$$

Die eingeklammerten Zahlen geben die Unsicherheit fuer den Mittelwert an und beziehen sich auf die letzten angegebenen Dezimalziffern. Die Energiedichte der EM-Welle ist dann gegeben durch die Anzahldichte n_γ der Photonen,

$$w = n_\gamma \cdot E_\gamma \tag{8.22}$$

Für die masselosen Photonen gilt nach der speziellen Relativitätstheorie als Beziehung zwischen Energie und Impuls

$$E_\gamma^2 = P_\gamma^2 \cdot c^2 + m_\gamma^2 \cdot c^4 = P_\gamma^2 c^2 \tag{8.23}$$

Damit folgt

$$\boxed{P_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \hbar k} \tag{8.24}$$

Der Impuls P_V, den N_γ Photonen pro Volumen V, $n_\gamma = N_\gamma/V$, tragen, ist

$$\frac{P_V}{V} = n_\gamma P_\gamma = n_\gamma \cdot \frac{E_\gamma}{c} = \frac{w}{c}$$

oder, wegen Gl. 8.15,

$$\boxed{\frac{\vec{P}_V}{V} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B}} \tag{8.25}$$

Wenn die EM-Welle auf eine Fläche A trifft und dort komplett absorbiert wird, so ist die Kraft auf diese Fläche gegeben durch den Impulsverlust der N_γ Photonen, die sich mit Geschwindigkeit c nähern,

$$F = A \cdot \frac{S}{c^2} \cdot c$$

Damit ist der Strahlungsdruck F/A auf die Fläche

$$\boxed{\frac{F}{A} = \frac{S}{c} = \epsilon_0 E^2} \tag{8.26}$$

Wenn die EM-Welle von der Oberfläche reflektiert wird, so ist der Impulsübertrag und damit der Strahlungsdruck doppelt so groß.

8.6 Erzeugung elektromagnetischer Wellen

8.6.1 Hertz'scher Dipol

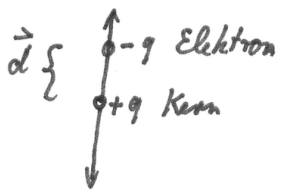

Abb. 8.3 Dipol durch Elektron und Kern.

In einem Metall können Leitungselektronen relativ zu den Kernen der Atome in Schwingung versetzt werden. De facto entsteht dadurch je Atom ein schwingender Dipol,

$$\vec{P}(t) = q\,\vec{d}(t) = q\,\vec{d}_0 \sin \omega t \tag{8.27}$$

Betrachtet man einen Metallstab, durch den Wechselstrom fließt, so ist das Dipolmoment insgesamt gegeben durch die Summe der Dipolmomente aller Atome.

$$\vec{P} = \int \varrho \cdot \vec{d} \cdot dV \tag{8.28}$$

Daraus folgt

$$\dot{\vec{P}} = \int \varrho \cdot \dot{\vec{d}}\, dV_2 = \int \varrho \cdot \vec{v}\, dV_2 = \int \vec{j}(\vec{r}_2, t)\, dV_2 \tag{8.29}$$

mit der Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}_2, t)$ im Draht.

In der Magnetostatik ergab sich das Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}_1)$ einer konstanten Stromverteilung (Gl. 4.23) zu

$$\vec{A}(\vec{r}_1, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_2, t)}{r_{12}}\, dV_2 \tag{8.30}$$

wobei der Abstand $\vec{r}_{12} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ ist. Bei einer schnellen Änderung des Stroms muss berücksichtigt werden, dass die Ausbreitung des Feldes nur mit Lichtgeschwindigkeit erfolgen kann, d.h. man muss die Laufzeit des Signals von der Antenne ($\vec{r}_2$) nach $\vec{r}_1$ berücksichtigen. Dafür ersetzt man $t \to t - \frac{r_{12}}{c}$, so dass

Retardiertes Vektorpotential

$$\boxed{\vec{A}(\vec{r}_1, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_2, t - \frac{r_{12}}{c})}{r_{12}}\, dV_2} \tag{8.31}$$

Wenn r_{12} sehr viel größer ist als die Länge des Stabs, dann ist $r_{12} \approx r$ etwa gleich für alle Bereiche des Stabs. Damit kann man r vor das Integral ziehen und erhält

$$\vec{A}(\vec{r}_1, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \int \vec{j}(\vec{r}_2, t - \frac{r}{c})\, dV_2 \tag{8.32}$$

$$\boxed{\vec{A}(\vec{r}_1, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \dot{\vec{P}}(t - \frac{r}{c}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{1}{r} \dot{\vec{P}}_R} \tag{8.33}$$

mit der Abkürzung

$$\vec{P}_R = \vec{P}(t - \frac{r}{c})$$

für das retardierte Dipolmoment. Die Änderung des Dipolmoments erzeugt also das Potential.

Das Magnetfeld ergibt sich aus $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$. Benutzt man $\partial_x \dot{P}_y = -\frac{x}{rc}\ddot{P}_y$ sowie $\partial_x \frac{1}{r} = \frac{x}{r^3}$, so folgt

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}_1, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\underbrace{\frac{\dot{\vec{P}}_R \times \vec{r}}{r^3}}_{Nahfeld} + \underbrace{\frac{\ddot{\vec{P}}_R \times \vec{r}}{r^2 c}}_{Fernfeld} \right)} \tag{8.34}$$

Das Nahfeld entsteht durch die Geschwindigkeit der Ladungen, d.h. durch den Strom im Metallstab. Das Fernfeld entsteht dagegen durch die Beschleunigung der Ladungen, es entspricht der elektromagnetischen Welle.

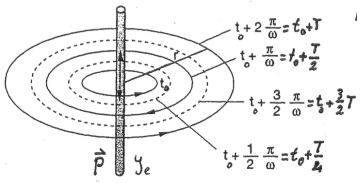

Abb. 8.4
Magnetfeld um eine Antenne.

- Die Richtung von $\vec{B}$ ist senkrecht zu $\vec{P}$ und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung $\vec{r}$.
- $\vec{B}$ ist kreisförmig um den Dipol und wechselt die Richtung jeweils nach Abstand $\lambda/2$ und Zeit $T/2$.

Das elektrische Feld folgt aus $\vec{E} = -\nabla\Phi - \partial_t\vec{A}$. Analog zum Potential $\vec{A}$ ergibt sich aus dem elektrostatischen Feld eines Dipols

$$\boxed{\Phi(\vec{r}_1, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\vec{r}\cdot\left(\vec{P}_R + \frac{r}{c}\dot{\vec{P}}_R\right)}{r^3}} \tag{8.35}$$

Retardiertes skalares Potential

In der Lorentz-Eichung Gl. 7.28 ($\partial_t\Phi = -c^2\nabla\vec{A}$) findet man

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}_1, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\underbrace{\frac{\vec{P}_R^* + 3(\vec{P}_R^*\cdot\vec{e}_r)\cdot\vec{e}_r}{r^3}}_{Nahfeld} + \underbrace{\frac{(\ddot{\vec{P}}_R\times\vec{r})\times\vec{r}}{r^3c^2}}_{Fernfeld}\right)} \tag{8.36}$$

mit

$$\vec{P}_R^* = \vec{P}_R + \frac{r}{c}\dot{\vec{P}}_R$$

- Das Fernfeld steht damit senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung $\vec{r}$.
- Das $\vec{E}$ Feld löst sich vom Dipol jeweils nach $T/2$.
- Die Feldlinien schließen sich.
- Umkehrung von $\vec{E}$ jeweils nach Abstand $\lambda/2$ und Zeit $T/2$.

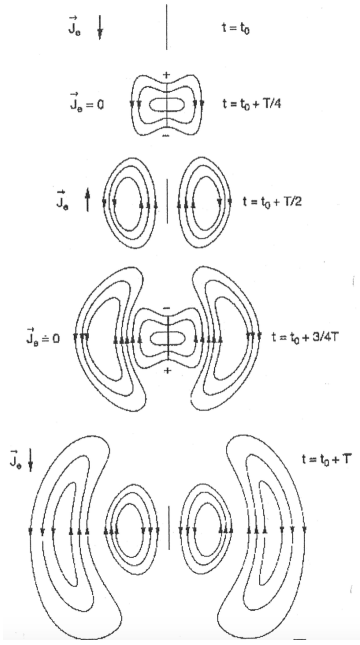

Abb. 8.5
Elektrisches Feld um eine Antenne.

In großer Entfernung vom Dipol, also bei $r \gg \lambda$ und auch $r \gg$ Länge der Antenne, überwiegen die Terme, die von der "Beschleunigung" $\ddot{\vec{P}}$ abhängen,

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\, c^2}\frac{(\ddot{\vec{P}}_R\times\vec{r})\times\vec{r}}{r^3} \tag{8.37}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{c}\,\vec{e}_r\times\vec{E} \tag{8.38}$$

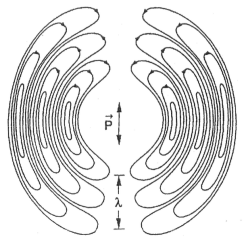

Abb. 8.6
Elektrisches Fernfeld um eine Antenne.

(siehe auch Gl. 8.10). Dieses Fernfeld des Dipols erfüllt alle vorher bereits für freie Wellen abgeleiteten Eigenschaften: $\vec{E}$ und $\vec{B}$ sind in Phase und stehen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung $\vec{e}_r = \vec{r}/r$. Es ist aber keine ebene Welle, denn die Felder fallen wie $E, B \sim 1/r$.

Der Hertz'sche Dipol hat (im Fernfeld) eine bestimmte Abstrahlungscharakteristik,

$$\boxed{\Rightarrow \quad |\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\, c^2}\frac{\ddot{P}_R\sin\Theta}{r}} \tag{8.39}$$

Die $\vec{E}, \vec{B}$ Felder sind also am größten senkrecht zur Dipol-Richtung, während entlang der Dipol-Richtung die Felder verschwinden. Dies gilt auch für die Strahlungsintensität (Gl. 8.18),

$$\boxed{\langle I\rangle \sim E_0^2 \sim \sin^2\Theta} \tag{8.40}$$

Die Leistung, die der Hertz'sche Dipol insgesamt abstrahlt, folgt aus dem Poynting-Vektor $\vec{S}$ durch Integration über eine geschlossene Oberfläche um den Dipol. Wählt man z.B. eine Kugeloberfläche, so folgt für die zeitlich gemittelte Leistung $\langle P_{em} \rangle$

$$\langle P_{em} \rangle = \oiint \langle I \rangle \, r^2 \sin\Theta \, d\Theta \, d\varphi = \frac{1}{12\pi\epsilon_0 \, c^3} \, \ddot{P}_R^2 \tag{8.41}$$

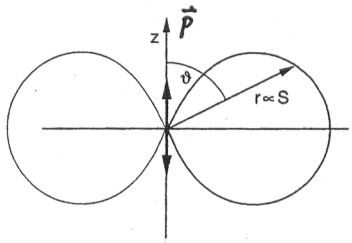

Abb. 8.7 Polardiagramm des Poynting-Vektors eines Dipols.

Dipol-Formel

Für eine harmonische Anregung des Dipols $\vec{P}_R = \vec{P}_0 \sin(\omega(t - \frac{r}{c}))$ folgt $\ddot{\vec{P}}_R = \omega^2 \vec{P}_R$, so dass die gesamte mittlere von der Dipolantenne abgestrahlte Leistung gegeben ist durch

$$\boxed{\langle P_{em} \rangle = \frac{1}{12\pi\epsilon_0 \, c^3} \, \omega^4 \, P_0^2} \tag{8.42}$$

Antennen strahlen also viel stärker ab bei großen Frequenzen. Aus Gründen der Energieerhaltung muss demnach ein Dipol auch hohe Frequenzen gut absorbieren können.

Die Moleküle der Luft werden durch das Licht der Sonne zu Dipolschwingungen angeregt. Aus dem Frequenzspektrum der Sonne wird demnach vor allem blaues Licht (hohe Frequenzen) absorbiert und in alle Richtungen wieder abgestrahlt. Daher wirkt der Himmel bei hohem Sonnenstand blau. Rechtwinklig zur Sonne ist das Licht außerdem entsprechend der Dipolstrahlung polarisiert.

Bei Sonnenaufgang und Sonnenuntergang hingegen erscheint der Himmel nahe der Sonne rötlich, denn durch die dann zu durchquerenden Luftschichten wird das blaue Licht herausgefiltert und in alle Richtungen zerstreut.

Die Abstrahlung einer EM-Welle von einem Stab kann man veranschaulichen, indem man in einem LC-Schwinggkreis erst die Spule durch einen langen Draht ersetzt und dann die Platten des Kondensators auseinanderzieht.

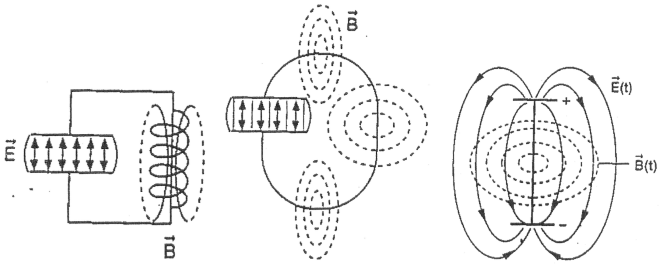

Abb. 8.8 Übergang vom Schwingkreis zur Stabantenne

8.6.2 Strahlung einer beschleunigten Ladung

Für eine schwingende Ladung (Gl. 8.27) ist

$$\ddot{\vec{P}}(t) = q \, \ddot{\vec{d}} = -\omega^2 \, q \, \vec{d}_0 \sin(\omega t) = -\omega^2 \, \vec{P}_0 \sin(\omega t) \tag{8.43}$$

so dass aus der Zeitabhängigkeit der abgestrahlten Leistung

$$P_{em}(t) = \frac{2}{12\pi\epsilon_0\, c^3}\, \omega^4\, P_0^2\, \sin^2 \omega t \tag{8.44}$$

folgt (mit der Beschleunigung $a = \ddot{d}$)

$$\boxed{P_{em}(t) = \frac{2}{3}\, \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\, \frac{a^2}{c^3}} \tag{8.45}$$

Auch allgemein gilt damit, dass eine beschleunigte Ladung Energie abstrahlt.

Interessant ist der Übergang vom radialsymmetrischen Coulomb-Feld einer Punktladung. Wird die Ladung beschleunigt, so ändert sich das $\vec{E}$ Feld zeitlich und örtlich. Dies erzeugt nach den Maxwell-Gleichungen ein $\vec{B}$-Feld, das wiederum die bewegte Ladung beeinflusst. Die zur Beschleunigung benötigte Energie wandelt sich also in $E_{kin} + E_{EM-Welle}$ um. Die Richtung der abgestrahlten Leistung hängt dabei von der jeweiligen Geschwindigkeit ab.

$$v \ll c \qquad \text{senkrecht zu } \vec{v} \tag{8.46}$$

$$v \text{ nahe } c \qquad \text{Vorwärtsrichtung} \tag{8.47}$$

Synchrotronstrahlung

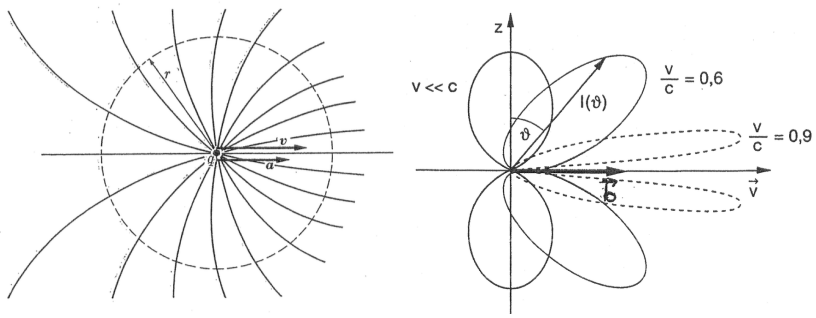

Abb. 8.9 Strahlung einer beschleunigten Ladung.