

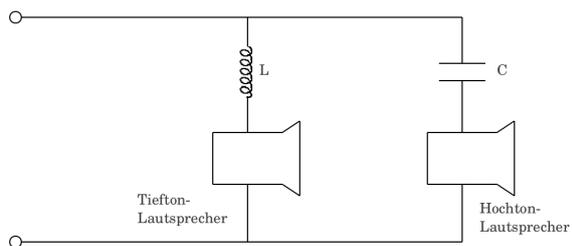
Übungen zur Physik II - SS 2016

11. Übungsblatt

Abzugeben in der Vorlesung um 14:00 Uhr am Dienstag, den 28.06.2016

Aufgabe 1: Zweiwege-Lautsprecher (8 Punkte)

In Lautsprecherboxen wird häufig der gesamte Übertragungsbereich zwischen einem Tiefton- und einem Hochtonlautsprecher aufgeteilt, eine besonders einfache Frequenzweiche trennt die Bereiche lediglich mit einer Induktivität und einer Kapazität. Die Impedanzen der beiden Lautsprecher sollen der Einfachheit halber rein ohmsch ($R = 8\Omega$) angenommen werden.



- Welche Induktivität und Kapazität werden für eine Trennfrequenz $\omega_T = 2000\text{s}^{-1}$ benötigt, wenn für die Trennfrequenz $\omega_T = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ und $L = \frac{R}{\omega_T}$ gilt? (2 Punkte, A)
- Welche Ströme und Phasenverschiebungen ergeben sich in den beiden Lautsprechern als Funktion der Frequenz, insbesondere für $\omega \ll \omega_T$, $\omega = \omega_T$ und $\omega \gg \omega_T$? (4 Punkte, B)
- Wie ändern sich Gesamtimpedanz, Gesamtleistung und Phasenverschiebung mit der Frequenz? Was bedeutet das für die Schallabstrahlung? (2 Punkte, B)

Aufgabe 2: Elektromagnetische Welle (8 Punkte)

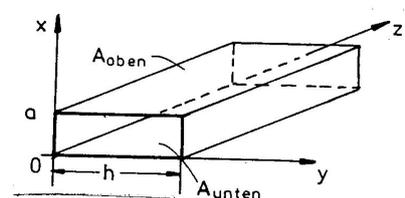
Die Komponenten eines elektrischen Feldes \vec{E} und eines magnetischen Feldes \vec{B} seien gegeben durch

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \sin(kz - \omega t) & E_y &= \frac{1}{2}E_0 \cos(kz - \omega t) & E_z &= 0 \\ B_x &= -\frac{1}{2} \cos(kz - \omega t) & B_y &= B_0 \sin(kz - \omega t) & B_z &= 0 \end{aligned}$$

- Genügt jedes dieser Felder separat der Wellengleichung? (2 Punkte, A)
- Erfüllen \vec{E} und \vec{B} gemeinsam die MAXWELL'schen Gleichungen? (4 Punkte, B)
- Skizzieren Sie die Feldkomponenten im Raum für verschiedene Zeiten ($t = 0$ und $t = \frac{\pi}{2\omega}$) und geben Sie die Polarisationsart der Welle an. (2 Punkte, B)

Aufgabe 3: Wellenleiter (8 Punkte)

Ein Wellenleiter besteht aus einem Metallrohr mit rechteckigem Querschnitt der Breite a und der Höhe h . Eine elektromagnetische Welle breitet sich darin in z -Richtung aus.



a) Zeigen Sie, dass das \vec{E} -Feld mit den Komponenten

$$E_x = 0, \quad E_y = E_0 \cdot \sin(k_x \cdot x) \cdot \cos(k_z \cdot z - \omega \cdot t), \quad E_z = 0$$

die Wellengleichung erfüllt, und bestimmen Sie den Zusammenhang zwischen ω , k_x und k_z .
(2 Punkte, A)

b) Für welche Werte von k_x kann die Randbedingung $E_y = 0$ an der oberen und unteren Leiterfläche ($A(a, y, z)$ und $A(0, y, z)$) erfüllt werden? (2 Punkte, A)

c) Bestimmen Sie die Phasengeschwindigkeit v_p und die Gruppengeschwindigkeit v_g sowie das Produkt $v_p \cdot v_g$ für den kleinstmöglichen Wert von k_x (siehe b)). (Hinweis: $v_p = \omega/k$ und $v_g = d\omega/dk$) (2 Punkte, B)

d) Wie groß ist die untere Grenzfrequenz dieses Wellenleiters? (2 Punkte, B)

Aufgabe 4: Fouriertransformation (8 Punkte)

a) Zeigen Sie explizit, dass

$$\hat{F}[g](\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} t_0^2 \text{sinc}^2(x) \quad (1)$$

gilt. Wobei $g(t)$ die Autokorrelation der Rechteckfunktion ($f(t) = 1$ für $|t| \leq t_0/2$) ist:

$$g(t) = \begin{cases} t_0 - |t| & \text{für } -t_0 \leq t \leq t_0 \\ 0 & \text{für } |t| > t_0 \end{cases} \quad (2)$$

(Hutfunktion) und $x = \omega t_0/2$, $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$.

Verwenden Sie die Fouriertransformation

$$\hat{F}[f](\omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega t} f(t) \quad (3)$$

(3 Punkte, B)

b) Zeigen Sie, dass

$$\hat{\Phi}(\mathbf{k}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{q}{k^2} \quad (4)$$

($k = |\mathbf{k}|$) die Lösung der Poisson-Gleichung

$$\Delta\Phi(\mathbf{x}) = -4\pi \rho(\mathbf{x}) \quad (5)$$

im k -Raum für eine Punktladung im Ursprung

$$\rho(\mathbf{x}) = q \delta(\mathbf{x}) \quad (6)$$

ist. Verwenden Sie die Fouriertransformation in 3D

$$\hat{F}[f](\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int_{-\infty}^{\infty} d^3x e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) \quad (7)$$

(2 Punkte, B)

c) Verwenden Sie die Lösung im k -Raum, um das Potential im Ortsraum durch Rücktransformation zu bestimmen (verwende Kugelkoordinaten für diese Rechnung). (2 Punkte, B)